

## PEMBELAJARAN PROGRAM LINEAR MENGGUNAKAN APLIKASI KOMPUTER GEOGEBRA

Tanzimah

Program Studi Pendidikan Matematika  
Universitas PGRI Palembang  
e-mail: [tanzimah.imah@yahoo.com](mailto:tanzimah.imah@yahoo.com)

**Abstract**— *Linear program is an optimization model of linear equations concerning problems of linear inequality, linear program problem means the problem of the optimum value (maksimum or minimum) a linear function on a system of linear inequality that must meet the optimization of objective function. GeoGebra is a dynamic, free, and multi-platform mathematical software that combines geometry, algebra, tables, graphics, statistics and calculus in one package that is easy and can be used for all levels of education. The GeoGebra app can help solve problems with linear programming.*

**Keywords**— *Linear Program, GeoGebra*

**Abstrak**— *Program linear merupakan model optimasi persamaan linear yang berkenaan dengan masalah-masalah pertidaksamaan linear, Masalah program linear berarti masalah nilai optimum (maksimum atau minimum) sebuah fungsi linear pada suatu sistem pertidaksamaan linear yang harus memenuhi optimasi fungsi objektif. GeoGebra adalah perangkat lunak matematika yang dinamis, bebas, dan multi-platform yang menggabungkan geometri, aljabar, tabel, grafik, statistik dan kalkulus dalam satu paket yang mudah dan bisa digunakan untuk semua jenjang pendidikan. Aplikasi GeoGebra dapat membantu penyelesaian masalah pada pembelajaran program linier.*

**Kata Kunci**— *Program Linier, GeoGebra*

### PENDAHULUAN

Program linear mempunyai peranan yang sangat penting dalam matematika dan banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Sebagai contoh dalam dunia usaha, seorang pengusaha pada umumnya ingin memperoleh keuntungan sebanyak-banyaknya dari bidang usaha yang digelutinya. Untuk itu, pengusaha tersebut membuat perencanaan untuk mengoptimalkan sumber daya yang tersedia, bahan baku dan lain-lain. Upaya optimalisasi ini akan dimodelkan dengan program linear yang kemudian akan menjawab permasalahannya. Berdasarkan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan, materi program linear diajarkan pada siswa kelas XII IPA/IPS. Sedangkan untuk kurikulum 2013, materi ini terdapat di kelas XI. Materi program linear merupakan salah satu materi yang sulit dipahami siswa. Ini terkait materi prasyarat yang harus dikuasai siswa untuk mempelajari program linear. Misalnya sistem persamaan dan pertidaksamaan linear, juga pemodelan matematika. Prosedur penyelesaian program linear biasanya membutuhkan waktu pengerjaan yang relative lama jika dikerjakan secara manual. Perkembangan teknologi yang pesat

membuka peluang dan jalan baru dalam mengerjakan banyak hal, termasuk untuk mengembangkan dunia pendidikan. Saat ini telah banyak berkembang berbagai teknologi yang dapat dimanfaatkan untuk mengembangkan dunia pendidikan, termasuk untuk menunjang pembelajaran matematika, yakni sebagai media pembelajaran matematika. Salah satu media pembelajaran yang saat ini telah berkembang demikian pesat adalah komputer dengan berbagai program-program yang relevan.

Salah satu program komputer yang dapat dimanfaatkan sebagai media pembelajaran matematika adalah program *GeoGebra*. Dengan beragam fasilitas yang dimiliki *GeoGebra* dapat dimanfaatkan sebagai media pembelajaran matematika untuk mendemonstrasika atau memvisualisasikan konsep-konsep matematis serta sebagai alat bantu untuk mengkonstruksi konsep-konsep matematis.

Pengalaman penulis beberapa kali melakukan kegiatan Pengabdian kepada Masyarakat (PkM) yaitu berbagi informasi mengenai pemanfaatan *GeoGebra* dalam pembelajaran matematika memperlihatkan

dampak positif dan respon yang antusias dari para peserta. Dalam Permendiknas Nomor 16 Tahun 2007 telah ditegaskan bahwa salah satu kompetensi pedagogik yang harus dimiliki guru mata pelajaran matematika SMA adalah mampu memanfaatkan teknologi informasi dan komunikasi untuk kepentingan pembelajaran. Sementara untuk kompetensi profesional, guru mata pelajaran matematika SMA harus mampu memanfaatkan teknologi informasi dan komunikasi (TIK) untuk berkomunikasi dan mengembangkan diri. Ini menunjukkan bahwa kemampuan memanfaatkan TIK bukanlah hanya menjadi monopoli bagi guru bidang TIK saja, tetapi guru mata pelajaran matematika SMA juga wajib untuk mampu memanfaatkan TIK. Kemajuan TIK yang begitu pesat telah membawa dampak besar dalam pembelajaran matematika. Pengaplikasian utama dari teknologi dalam pembelajaran matematika adalah adanya pengintegrasian perangkat lunak dalam pembelajaran matematika. Saat ini, penggunaan program aplikasi matematika telah memberi warna tersendiri dalam pembelajaran matematika.

Perangkat lunak *Geogebra* merupakan salah satu produk kemajuan teknologi yang saat ini banyak dimanfaatkan dalam pembelajaran matematika. Dengan berbagai keunggulan yang dimilikinya, saat ini *Geogebra* banyak dimanfaatkan sebagai alat bantu untuk mengkonstruksi, mendemonstrasikan atau memvisualisasikan konsep-konsep abstrak yang ada pada matematika khususnya pada bidang geometri.

Aplikasi *GeoGebra* dapat dimanfaatkan untuk meningkatkan pemahaman siswa terhadap konsep yang telah dipelajari maupun sebagai sarana untuk mengenalkan atau mengkonstruksi konsep baru. Menurut Hohenwarter (2009), program *GeoGebra* sangat bermanfaat bagi guru maupun siswa. Tidak sebagaimana pada penggunaan *program* komersial yang biasanya hanya bisa dimanfaatkan di sekolah, *Geogebra* dapat diinstal pada komputer pribadi dan dimanfaatkan kapan dan di manapun oleh siswa.

Berdasarkan hal di atas maka penulis tertarik untuk menulis artikel dengan judul "Pembelajaran program linear menggunakan aplikasi komputer *GeoGebra*". Artikel ini menyajikan uraian mengenai program *GeoGebra* beserta contoh penerapan *GeoGebra* sebagai media pembelajaran program linear.

## TINJAUAN PUSTAKA

### GEOGEBRA

*GeoGebra* adalah perangkat lunak matematika yang dinamis, bebas, dan multi-platform

yang menggabungkan geometri, aljabar, tabel, grafik, statistik dan kalkulus dalam satu paket yang mudah dan bisa digunakan untuk semua jenjang pendidikan. Dinamis artinya pengguna dapat menghasilkan aplikasi matematika yang interaktif. Bebas berarti dapat digunakan dan digandakan dengan cuma-cuma serta termasuk perangkat lunak *opensource* sehingga setiap orang dapat mengubah atau memperbaiki programnya. Multi-platform berarti *GeoGebra* tersedia untuk segala jenis komputer seperti *Windows*, *Mac OS*, *Linux* dan sebagainya.

Matematika merupakan ilmu abstrak yang perlu dibantu dengan alat untuk lebih memahaminya. Berbagai macam alat yang telah dibuat untuk mempermudah pemahaman terhadapnya, khususnya alat berupa program aplikasi komputer. Salah satu program aplikasi komputer yang dapat dimanfaatkan dalam pembelajaran matematika adalah *Geogebra*. *Geogebra* adalah program dinamis yang memiliki fasilitas untuk memvisualisasikan atau mendemonstrasikan konsep-konsep matematika serta sebagai alat bantu untuk mengkonstruksi konsep-konsep matematika.

*Geogebra* dikembangkan oleh Markus Hohenwarter (24 Juni 1976) mulai tahun 2001. Ia adalah seorang matematikawan Austria dan profesor di Universitas Johannes Kepler (JKU) Linz. Dia adalah ketua Lembaga Pendidikan Matematika. Selama pendidikan di universitas (Ilmu komputer dan matematika terapan), ia mengembangkan perangkat lunak pendidikan matematika *GeoGebra* yang telah memenangkan berbagai penghargaan software di Eropa dan Amerika Serikat. Penelitiannya berfokus pada penggunaan teknologi dalam pendidikan matematika. Menurut Hohenwarter (2008), *GeoGebra* adalah program komputer untuk membelajarkan matematika khususnya geometri dan aljabar. Program ini dapat digunakan dengan bebas dan dapat diunduh dari [www.geogebra.com](http://www.geogebra.com). Program *GeoGebra* ini sangat terkenal, sehingga kerap dikunjungi dan telah digunakan oleh jutaan orang di seluruh dunia, baik oleh pelajar, mahasiswa, guru, dosen, dan yang berkepentingan menggunakannya.

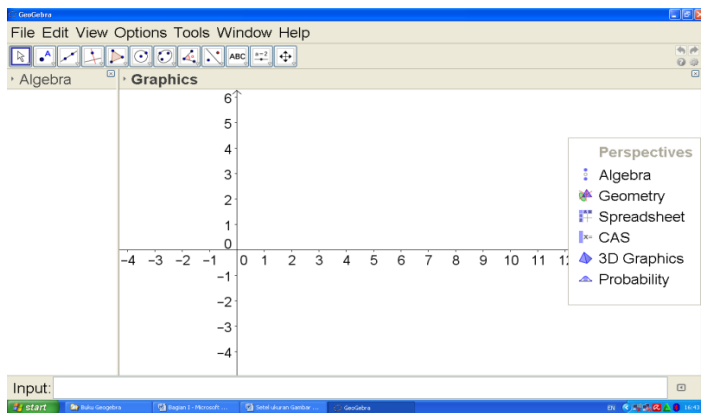
Beberapa manfaat program *GeoGebra* dalam pembelajaran matematika sebagai berikut:

- a) Dapat menghasilkan lukisan-lukisan geometri dengan cepat dan teliti, bahkan yang rumit.
- b) Adanya fasilitas animasi dan gerakan-gerakan manipulasi yang dapat memberikan pengalaman visual dalam memahami konsep geometri.
- c) Dapat dimanfaatkan sebagai bahan balikan/evaluasi untuk memastikan bahwa lukisan geometri yang telah dibuat memang benar.

- d) Mempermudah untuk menyelidiki atau menunjukkan sifat-sifat yang berlaku pada suatu objek geometri.

*GeoGebra* terus mengalami pengembangan. Penemu dan perancangannya terus berusaha memperbaiki dan menambahi kekurangan dari program *GeoGebra* ini. Pada saat ini telah muncul *GeoGebra* 6 sebagai perbaikan dan pengembangan dari *GeoGebra* 4 dan *GeoGebra* 5.

Pada saat awal membuka *GeoGebra*, maka muncul tampilan seperti di bawah ini.



Dapat dilihat pada tampilan yaitu sisi sebelah kanan, nampak terdapat kotak *Perspectives*. Kotak ini menyatakan pilihan bentuk layar yang akan ditampilkan. Jika tidak muncul kotak tersebut, maka dapat dimunculkan dengan mengklik tanda yang ditunjukkan anak panah. Terdapat enam pilihan tampilan yang diberikan yaitu :

1. Tampilan aljabar dan grafik (*Algebra*), seperti yang telah tampil pada layar di sebelah. Bagian sebelah kiri, yaitu tampilan aljabar merupakan tempat menampilkan bentuk aljabar dari objek/persamaan yang dimaksud. Bagian sebelah kanan, yaitu tampilan grafik merupakan tempat menampilkan gambar atau grafik dari objek/persamaan yang dimaksud.
2. Tampilan geometri (*Geometry*), merupakan tampilan grafik yang hanya menampilkan bentuk geometri dari objek/persamaan yang dimaksud.
3. Tampilan pengolah angka (*Spreadsheet*), merupakan tampilan bentuk tabel pengolah angka yang terdiri atas baris dan kolom. Pada tampilan ini dapat dibuat matriks, tabel, dan lain sebagainya yang memuat objek matematika dalam bentuk baris dan kolom. Anda dapat memasukkan ke dalam sel-sel spreadsheet tidak hanya angka, tetapi semua jenis objek matematika yang didukung oleh *GeoGebra*,

misalnya koordinat titik, fungsi, dan perintah. Jika memungkinkan, *GeoGebra* segera menampilkan representasi grafis dari objek yang Anda masukkan ke dalam sel spreadsheet pada Tampilan Grafik juga.

4. Tampilan Computer Algebra System (CAS), merupakan tampilan sistem komputer aljabar untuk perhitungan simbolik. Tampilan CAS ini terdiri dari baris yang setiap barisnya memiliki input di bagian atas dan layar output pada bagian bawah.
5. Tampilan grafik 3 dimensi (*3D Graphics*), hampir sama seperti tampilan aljabar dan grafik. Bagian sebelah kiri, yaitu tampilan aljabar merupakan tempat menampilkan bentuk aljabar dari objek/persamaan yang dimaksud. Bagian sebelah kanan, yaitu tampilan grafik merupakan tempat menampilkan gambar atau grafik 3 dimensi dari objek/persamaan yang dimaksud.
6. Tampilan probabilitas statistik (*Probability*), merupakan tampilan bentuk statistik. Pada tampilan ini kita dapat melihat bentuk distribusi statistik dan melakukan perhitungan uji statistic.

## PROGRAM LINEAR

Menurut Wirodikromo (1998), pada mulanya program linear adalah analisis dari metode masukan dan keluaran (metode input-output) yang dikembangkan oleh seorang ahli ekonomi bernama W.W. Leontief. Pada tahun 1941, Hitchcock pertama kali mempelajari "problem transportasi" dan persoalan yang sama dipelajari oleh Koopmans pada tahun 1947. Pada tahun 1945, Stigler mempelajari "problem diet" dengan tujuan untuk mendapatkan solusi optimum. Kemudian pada tahun 1948 ditemukan suatu langkah matematika yang dapat digunakan untuk menentukan solusi optimum tadi, yang dikenal sebagai metode simpleks. Metode simpleks ini pertama kali diperkenalkan pertama kali oleh G.B. Dantzig, yang selanjutnya dikembangkan oleh Angkatan Udara Amerika Serikat untuk menyelesaikan "problem transportasi udara". Ketika itu tahap-tahap yang dilakukan dalam modelisasi dan optimasi solusi suatu masalah meliputi (1) pendefinisian masalah, (2) merumuskan model, (3) memecahkan model, (4) pengujian keabsahan model dan (5) implementasi hasil akhir. Program linear (linear programming) merupakan model optimasi persamaan linear yang berkenaan dengan masalah-masalah pertidaksamaan linear, Masalah program linear berarti masalah nilai optimum (maksium atau minimum) sebuah fungsi linear pada suatu sistem pertidaksamaan linear yang harus memenuhi optimasi fungsi objektif.

Secara matematis, kaidah-kaidah dalam penyelesaian Program Linear:

#### 1. Prinsip Program Linear

Program linear adalah suatu cara yang bertujuan untuk menentukan himpunan penyelesaian bagi suatu sistem pertidaksamaan, dengan prinsip sebagai berikut:

- Dalam program linear, setiap pernyataan yang harus dipenuhi oleh variabel-variabel seperti  $x$  dan  $y$  dinyatakan dalam bentuk pertidaksamaan. Misalnya, dalam suatu masalah diketahui bahwa jumlah  $2x$  dan  $3y$  tidak boleh kurang dari 12. Pernyataan ini berarti  $2x + 3y$  sama dengan 12 atau lebih dari 12, dan dinyatakan dalam bentuk pertidaksamaan sebagai  $2x + 3y \geq 12$ .
- Dalam setiap pertidaksamaan akan dibentuk suatu persamaan yang berkaitan. Misalnya, dari pertidaksamaan  $2x + 3y \geq 12$ , dibentuk persamaan  $2x + 3y = 12$ .
- Persamaan yang dibentuk digunakan untuk melukis garis bagi penyelesaian pertidaksamaan.
- Arsir daerah yang memenuhi pertidaksamaan  $2x + 3y \geq 12$  dengan menggunakan titik selidik.
- Koordinat-koordinat setiap titik dalam daerah arsiran mewakili suatu sistem pertidaksamaan. Misalnya titik  $(1, 4)$ ,  $(4, 3)$ ,  $(6, 2)$ , dan seterusnya.

#### 2. Model Matematika

Setiap masalah yang hendak diselesaikan dengan kaidah program biasanya mengandung beberapa syarat untuk dipenuhi oleh variabel-variabel seperti  $x$  dan  $y$ . Oleh sebab itu, dalam program linear langkah pertamayang dilakukan adalah menerjemahkan syarat-syarat tersebut ke dalam bahasa matematikayang berbentuk sistem pertidaksamaan. Sistem pertidaksamaan ini mengungkapkan semua syarat yang harus dipenuhi oleh  $x$  dan  $y$ . Sistem pertidaksamaan disebut sebagai model matematika.

#### 3. Masalah yang Melibatkan Program Linear

Program linear biasanya digunakan untuk menyelesaikan masalah dengan melukis garis-garis dan menunjukkan daerah penyelesaian dengan memberikan arsiran.

#### 4. Optimasi.

Masalah pada program linear adalah masalah menentukan nilai maksimum atau nilai minimum suatu fungsi objektif. Penyelesaian masalah program linear lazimnya dapat dilakukan dengan metode grafik dan metode simpleks

## PEMBAHASAN

Software Geogebra sangat membantu dalam menyelesaikan permasalahan program linear, tentu saja dengan tidak mengenyampingkan langkah-langkah matematis dalam menyelesaikannya. Geogebra dapat digunakan pada saat mulai menggambar grafik dan menentukan titik-titik uji penyelesaian, serta menguji fungsi optimum pada titik-titik tersebut.

Contoh Soal:

Seorang pengusaha roti menjual dua jenis roti. Roti cokelat dan roti vanilla. Gerobaknya hanya dapat menampung 45 buah roti. Dibutuhkan 60 gram tepung untuk membuat roti cokelat dan 20 gram untuk membuat roti vanilla, sementara persediaan tepung hanya 1200 gram. Jika sebuah roti cokelat memberi keuntungan Rp 1000; dan roti vanilla memberikan keuntungan Rp 2500; berapa banyak masing-masing roti yang harus dijual agar memberikan keuntungan maksimal?

Dari soal di atas maka dapat dibuat model matematika sebagai berikut:

Misalkan:

$x$  = Jenis roti cokelat

$y$  = Jenis roti vanilla

Fungsi tujuan  $z = 1000x + 2500y$

Fungsi kendala:

$x + y \leq 45$

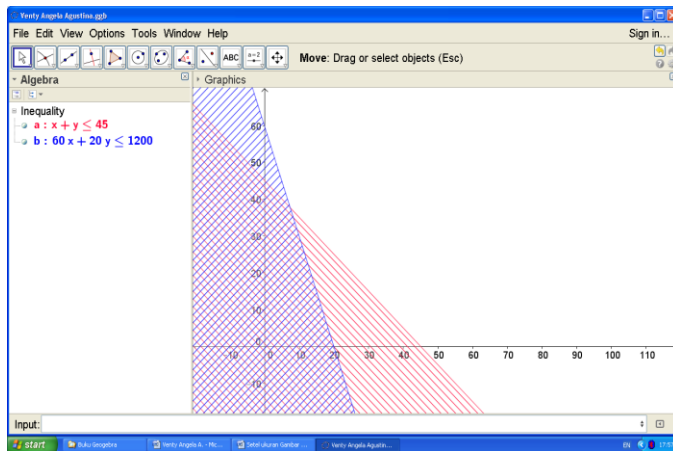
$60x + 20y \leq 1200$

$x \geq 0$

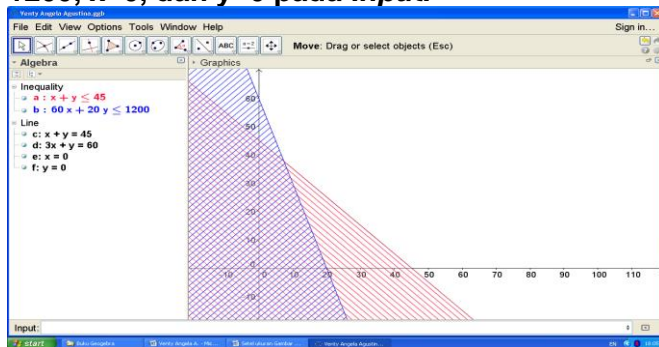
$y \geq 0$

langkah-langkah penyelesaian persoalan di atas dengan GeoGebra adalah sebagai berikut:

- Ketikkan dua pertidaksamaan di atas ke dalam *Input* dan enter. Bedakan kedua garis tersebut dengan memberinya warna. Klik kanan pada daerah pertidaksamaan, klik *Object Properties*, klik *Colour* pilih warna yang diinginkan. Pada *Style* pilih *Filling* dan pilih *Hatch*, lalu sesuaikan kemiringan arsiran dengan mengatur *Angle*. Lakukan hal yang sama pada pertidaksamaan yang satunya.

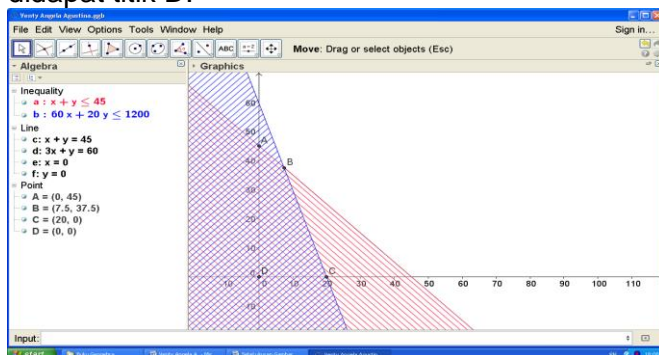


2. Ketikkan persamaan  $x + y = 45$ ,  $60x + 20y = 1200$ ,  $x=0$ , dan  $y=0$  pada *Input*.

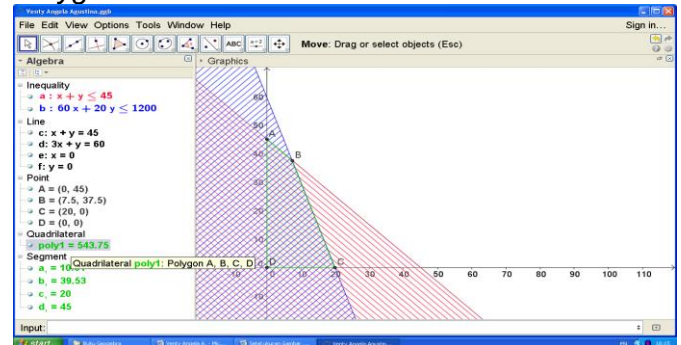


3. Buatlah titik-titik potong sebagai titik uji untuk menentukan nilai-nilai optimum. Ada 3 titik yang akan diuji, yaitu titik potong persamaan 1 dengan sumbu y (titik A), titik potong persamaan 1 dan 2 (titik B) dan titik potong persamaan 2 dengan sumbu x (titik C).

Caranya: klik *Intersect*, klik garis merah (garis persamaan 1) dan klik sumbu y, maka muncul titik A. Kemudian klik di perpotongan garis persamaan 1 dan 2 maka didapat titik B. Klik garis biru (garis persamaan 2) dan klik sumbu x, maka didapat titik C. Klik juga sumbu x dan sumbu y, sehingga didapat titik D.

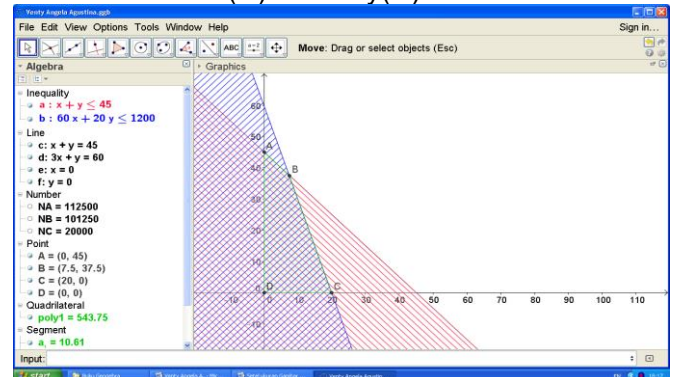


4. Buatlah arsiran daerah penyelesaian pertidaksamaan tersebut dengan menghubungkan keempat titik tersebut dengan menggunakan *Polygon*.



5. Kemudian hitunglah nilai optimum pada masing-masing titik uji di atas. Fungsi optimum diketahui :  $f(x) = 1000x + 2500y$ .

Untuk masing-masing titik dapat dibuat dengan cara ketikkan pada *Input* seperti berikut:  $NA = 1000x(A) + 2500y(A)$ ,  $NB = 1000x(B) + 2500y(B)$ , dan  $NC = 1000x(C) + 2500y(C)$ .



6. Dapat dilihat pada kolom *Algebra*, nilai pada titik A (NA), nilai pada titik B (NB), nilai pada titik C (NC) sudah dikalkulasi oleh GeoGebra.
7. Dengan demikian nilai maximum ada pada titik A(0,45) senilai  $Z=112.500$ . jadi, keuntungan bersih sebesar-besarnya adalah Rp 112.000; yang tercapai jika terjual 45 buah roti vanilla.

## KESIMPULAN

Program *GeoGebra* dapat dimanfaatkan sebagai media pembelajaran matematika dengan beragam fasilitasnya. *GeoGebra* adalah software matematika dinamis yang menggabungkan geometri, aljabar, dan kalkulus. Pemecahan masalah program linear dengan *Geogebra* adalah salah satu alternatif pembelajaran di kelas. Karena selain sebagai media belajar matematika, siswa juga akan terlatih menggunakan computer. *GeoGebra* adalah sistem geometri dinamik, kita dapat melakukan konstruksi



dengan titik, vektor, ruas garis, begitu juga dengan fungsi, dan mengubah hasil konstruksi selanjutnya. Jadi, Geogebra memiliki kemampuan menangani permasalahan matematika, termasuk di dalamnya Program Linear.

#### DAFTAR PUSTAKA

1. Hohenwarter, M., et al. (2008). Teaching and Learning Calculus with Free Dynamic Mathematics Software GeoGebra. Tersedia; <http://www.publications.uni.lu/record/2718/files/ICME11-TSG16.pdf>.
2. Hohenwarter, Markus and Judith Hohenwarter. 2009. GeoGebra Help Official Manual 3.2. Tersedia: <http://math.arizona.edu/~vbohme/Geogebra/GeogebraManual.pdf>
3. Hohenwarter, M. & Fuchs, K. (2004). Combination of Dynamic Geometry, Algebra, and Calculus in the Software System Geogebra. Tersedia: [www.geogebra.org/publications/pecs\\_2004.pdf](http://www.geogebra.org/publications/pecs_2004.pdf). [16 Nopember 2010].
4. Riyandini, Sarah Bania. 2013. Beberapa Contoh Penggunaan Software GeoGebra. Tersedia: <http://sarahbaniariyandini.wordpress.com/2013/11/03/beberapa-contoh-penggunaan-software-geogebra/>
5. Syahbana, Ali. (2017). Belajar Menguasai GeoGebra. Palembang: NoerFikri.
6. Wirodikromo, Sartono. 1998. *Matematika Untuk SMU Kelas 2 caturwulan 3*. Jakarta: Erlangga.